物理探査 第41巻第4号 309-315頁 BUTSURI-TANSA Vol. 41 No. 4 (1988) p. 309-315

# 角柱の重力異常の4線質量による近似計算

中 塚 正\*·広 島 俊 男\*

### Approximated Formula for Gravity Anomaly of Rectangular Prism using 4 Line Masses Model— By Tadashi Nakatsuka and Toshio Hiroshima

A new approximated formulation for gravity anomaly of right rectangular prism body is proposed, the degree of approximation of which is much improved from conventional methods such as single line mass model and equiareal sector column model. This formulation is especially useful for the terrain correction using the topographic mesh data in the geographical coordinates.

# 1. はじめに

重力探査においては,地下構造を反映した重力異常図 を得るために,潮汐補正・正規重力除去・フリーエア補 正・ブーゲ補正などとともに地形補正が行なわれる。

地形補正の方法としては, 古くから種々の手法が考案 されてきたが、近年では、測点近傍の補正法はともか く、測点までの距離がある程度離れた地形に対しては、 国土地理院による KS-110ファイルなどの地形メッシュ 標高データを利用する方法が一般化している〔例えば、 桂ほか(1987)、広島・須田(1980)〕。それらの多くは、 地形メッシュに対応した角柱の集合で地形面を近似す る。角柱による重力効果は、厳密解が得られているが計 算式がやや複雑である。そのため実際の地形補正におい ては、目的とする精度に応じて角柱をさらに線質量また は等断面積扇形柱に近似する手法が導入される。しか し、それらの近似は地形メッシュの大きさに比して十分 離れた位置で成立するものであり、測点に比較的近い位 置での誤差に留意が必要である。また、その評価に当た っては、地形メッシュが正方格子でない点についても考 慮が必要である。

筆者らは、測点にかなり近い位置でも高い精度を有 し、矩形メッシュに適用できる近似計算方法を見いだし

昭和63年3月17日原稿受付,昭和63年7月4日受理 \* 地質調査所 たので,ここに報告する。なお,実際の地形を角柱の集 合で近似することに伴う誤差については別の機会に議論 したい。

# 2. 角柱モデルによる重力異常の理論式

直四角柱による重力効果は, NAGY (1966), BANERJEE and DAS GUPTA (1977) その他†によって解析的に求め られており, Fig. 1 に示す角柱が原点Oに及ぼす引力 の鉛直成分は.

$$g = G\rho \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{y_0-b}^{y_0+b} dy \int_{x_0-a}^{x_0+a} dx \frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$$
  
=  $-G\rho \Big[ x \ln (y+R) + y \ln (x+R) -z \tan^{-1} \frac{xy}{zR} \Big] \Big|_{x=x_0-a}^{x=x_0+a} \Big|_{y=y_0-b}^{y=y_0+b} \Big|_{z=z_1}^{z=z_2} (R = \sqrt{x^2+y^2+z^2})$  (1)

で与えられる。ここに、Gは万有引力定数、hoは角柱の 密度である。

### 3. 従来の近似計算式とその近似誤差

この角柱(水平断面積 S=4 ab)による影響を、角柱 の中央に質量を凝縮した形で線密度  $\rho_L = S \cdot \rho$ の線質量 で近似すると、その効果は、

<sup>↑</sup> NAGY (1966) によると SOROKIN (1951, ロシア語), HAÁZ (1953, ハンガリー語)の文献がある。



Fig. 1 Right rectangular prism model and its parameters. Analytical formulation of the gravitational effect of this prism at the origin O is given by Eq. (1), after NAGY (1966), BANERJEE and DAS GUPTA (1977), etc.

$$g_{L} = G\rho_{L} \int_{z_{1}}^{z_{2}} \frac{zdz}{(x_{0}^{2} + y_{0}^{2} + z^{2})^{3/2}}$$
  
=  $-G\rho S \left[ \frac{1}{R_{0}} \right] \Big|_{z=z_{1}}^{z=z_{2}}$   
 $(R_{0} = \sqrt{x_{0}^{2} + y_{0}^{2} + z^{2}})$  (2)

で与えられる。また,同じ角柱を KANE (1962)の方法 によって等断面積の扇形 (Fig. 2 参照)の柱で近似する と,

$$g_{S} = G\rho \int_{r_{c}-d}^{r_{c}+d} dr \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} r d\phi \int_{z_{1}}^{z_{2}} dz \frac{z}{(r^{2}+z^{2})^{3/2}}$$
$$= \frac{-G\rho \sqrt{S}}{r_{c}} [R] \Big|_{r=r_{c}-d}^{r=r_{c}+d} \Big|_{z=z_{1}}^{z=z_{2}}$$
$$(R = \sqrt{r^{2}+z^{2}})$$
(3)

で与えられる。ここに、
$$2d = \sqrt{S} \cdot lpha$$
 (4)

$$2\varepsilon r_c = \sqrt{S} / \alpha \tag{5}$$

$$r_{c} = \sqrt{x_{0}^{2} + y_{0}^{2}} \tag{6}$$

である。ここで KANE (1962) は  $\alpha = 1.26 \varepsilon$ 用いている が,この  $\alpha$  の値の物理的根拠は示されておらず,経験 的に導き出されたものと思われる.また,単純に  $\alpha = 1$ とする方法もしばしば用いられる。

そこで, $\alpha = 1$ のときの $g_S \approx g_I$ , $\alpha = 1.26$ のときの $g_S$ を $g_K$ で表すものとし,厳密解(1)に対する $g_L$ , $g_I$ , $g_K$ に よる近似の誤差を評価してみる。

ここでは,地形補正を念頭においているので,角柱の 上面または下面の高度が重力測点高度と一致する場合



Fig. 2 Horizontal cross-section and parameters of sector column model as a representative of the rectangular prism. Upper and lower boundaries are same as the prism. The gravitational effect of this model is formulated to be Eq. (3). This model has an arbitrariness of slim factor α in Eqs. (4) and (5). KANE (1962) pointed out that the optimum value of α is 1.26 in the case of regular square prism.



Fig. 3 Approximation error of concentrated single line mass model (Eq. (2)) against the rigorous formula (Eq. (1)) of prism body. As the approximation error is also dependent on the top and bottom depths of the prism, azimuth angle to the gravity station and the aspect ratio  $\beta$  of the horizontal shape of the prism, the largest error values in ratio (when varied the depth and azimuth parameters) are plotted versus the normalized distance to the gravity station. Three curves correspond to three values 1.0, 1.3 and 1.5 of the aspect ratio  $\beta$ . Here, the result from the aspect ratio  $\beta$  is equivalent to the one from the reciprocal value of  $\beta$ .

 $(z_1=0)$ を考える。この誤差の絶対値は、角柱のサイズと重力測点までの距離および角柱の高さに大きく左右されるが、誤差比率 [例えば  $((g_L-g)/g)$ ]で考えると相似則が成り立つので、ここでは角柱のサイズ  $(\sqrt{4ab})$ を単位として距離を測ることにする。また、簡単な考察からもわかるように誤差比率で評価する限りは、角柱の高さが小さいほど誤差比率が高くなるので、



Fig. 4a Same as Fig. 3 for the sector column model in the case of the slim factor  $\alpha = 1.0$ . Note that the vertical scale is different from Fig. 3. Approximation error of this case is roughly 1/2 of the case of single line mass model.



Fig. 4b Same as Fig. 3 for the sector column model in the case of the slim factor  $\alpha = 1.26$  after KANE (1962). Approximation error of this case is roughly 1/3 of the case of single line mass model.

最大誤差を見積るため微少な高さ(具体的には $z_2$  =  $\sqrt{4ab}/1000$ とした)の角柱の場合を考える。

前記の近似による誤差(比率)を求めると, Fig. 3 お よび Fig. 4a, Fig. 4b が得られる。ここで, 誤差比率は 角柱からみた重力測点の方位によって異なり, それは角 柱の断面の縦横比β (Fig. 1 で $\beta$ =b/a) によっても左 右されるので, 方位に関しては最大誤差のものをひろい だし,  $\beta$ が1.0, 1.3および1.5の場合についてプロット した。したがって,  $\beta$ がその逆数の値になった場合も同 じ結果になる。

図からわかるように、いずれの場合にも近距離側で大 きな誤差を生ずるが、誤差の大きさは、全般的には、  $\alpha$ =1の扇形近似で線質量近似の概ね2分の1、 $\alpha$ =1.26 の KANE (1962)の方法で線質量近似の概ね3分の1程 度に改善される。また、 $\alpha$ =1.26の KANE の方法では、  $\beta$ =1.0のとき特によい近似(線質量近似の概ね10分の 1以下の誤差)となっている。

KS-110ファイルの場合の地形メッシュは,経緯度線 で区切られれた矩形となっており,その縦横比βは北 海道から九州の範囲で1.0ないし1.3程度である。したが って,最良のKANEの方法によっても,メッシュサイ ズの4倍程度の距離で1%の誤差を覚悟せねばならない ことがわかる。

# 4. 4本の線質量による近似計算式

まず最初に(1)の積分のうちxに関する積分を取り出 すと,

$$F = \int_{x_0-a}^{x_0+a} \frac{zdx}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}} = \left[\frac{xz}{(y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\right] \begin{vmatrix} x=x_0+a\\ x=x_0-a \end{vmatrix}$$
(7)

である。ここで,

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y^2 + z^2} \tag{8}$$

$$f_{\pm} = \sqrt{(x_0 \pm a)^2 + y^2 + z^2} / r_0 \tag{9}$$

とおくと,

$$F = \frac{z}{(y^2 + z^2)r_0} \left\{ x_0 \left( \frac{1}{f_+} - \frac{1}{f_-} \right) + a \left( \frac{1}{f_+} + \frac{1}{f_-} \right) \right\}$$
(10)

$$f_{\pm} = \left(1 \pm \frac{2ax_0}{r_0^2} + \frac{a^2}{r_0^2}\right)^{1/2} \tag{11}$$

となる。また,

$$c_{\pm} = \pm \frac{2ax_0}{r_0^2} + \frac{a^2}{r_0^2} \tag{12}$$

$$\frac{1}{f_{\pm}} = (1+c_{\pm})^{-1/2}$$
$$\equiv 1 - \frac{1}{2} c_{\pm} + \frac{3}{8} c_{\pm}^{2} - \frac{5}{16} c_{\pm}^{3}$$
$$+ \frac{35}{128} c_{\pm}^{4} - \frac{63}{256} c_{\pm}^{5} + \cdots$$
(13)

であるので,これに(12)を代入し,(*a*/r<sub>0</sub>)の6次以上の項を無視すると,

$$\frac{1}{f_{\pm}} \simeq 1 \mp \left(\frac{x_0}{r_0}\right) \frac{a}{r_0} - \left(\frac{1}{2} - \frac{3x_0^2}{2r_0^2}\right) \frac{a^2}{r_0^2} \\ \pm \left(\frac{3x_0}{2r_0} - \frac{5x_0^3}{2r_0^3}\right) \frac{a^3}{r_0^3} + \left(\frac{3}{8} - \frac{15x_0^2}{4r_0^2} + \frac{35x_0^4}{8r_0^4}\right) \frac{a^4}{r_0^4} \\ \mp \left(\frac{15x_0}{8r_0} - \frac{35x_0^3}{4r_0^3} + \frac{63x_0^5}{8r_0^5}\right) \frac{a^5}{r_0^5}$$
(14)

となる。(14)を(10)に代入して整理すると、

$$F \simeq \frac{2az}{r_0^3} \left( 1 - A \frac{a^2}{r_0^2} + B \frac{a^4}{r_0^4} \right)$$
(15)

$$A = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{5x_0^2}{r_0^2} \right) \tag{16}$$

$$B = \frac{3}{8} \left( 1 - \frac{14x_0^2}{r_0^2} + \frac{21x_0^4}{r_0^4} \right)$$
(17)

が得られる。

つぎに,(7)の線積分を Fig. 5 に示すように 2 個の質 点による効果 F'で近似することを考える。2 質点間の 距離を 2e としたとき,

$$F' = \frac{dz}{\{(x_0+e)^2 + y^2 + z^2\}^{3/2}} + \frac{dz}{\{(x_0-e)^2 + y^2 + z^2\}^{3/2}}$$



Fig. 5 Approximation of a line integral (Eq. (7)) into two point masses (Eq. (18)). The expansion of Eq. (7) into power series of  $(a/r_0)$  yields Eqs. (15)-(17), whereas the expansion of Eq. (18) gives Eq. (20). Here, the line integral is best approximated into two point masses when  $e=a/\sqrt{3}$ .

$$= \frac{az}{r_0^3} \left\{ \left( 1 + \frac{2ex_0}{r_0^2} + \frac{e^2}{r_0^2} \right)^{-3/2} + \left( 1 - \frac{2ex_0}{r_0^2} + \frac{e^2}{r_0^2} \right)^{-3/2} \right\}$$
(18)

となるので、線積分の場合と同様に、  

$$(1+c)^{-3/2} \equiv 1 - \frac{3}{2}c + \frac{15}{8}c^2 - \frac{35}{16}c^3$$
  
 $+ \frac{315}{128}c^4 - \frac{693}{256}c^5 + \cdots$  (19)

を用いて, (e/r<sub>0</sub>)の6次以上の項を無視すると,

$$F' \simeq \frac{2az}{r_0^3} \left( 1 - 3A \frac{e^2}{r_0^2} + 5B \frac{e^4}{r_0^4} \right)$$
(20)

が得られる。

よって(15)と(20)より、 $3e^2 = a^2$ すなわち $e = a/\sqrt{3}$ のとき、線積分に対する2質点による最良の近似が得られ、その近似誤差は、

$$\Delta F = F' - F \simeq -\frac{4}{9} B \frac{a^4}{r_0^4} \tag{21}$$

で与えられる。この誤差は、(r<sub>0</sub>/2a)>3の範囲で0.1% 以下となる。

したがって、この近似の下では、  

$$\int_{x_0-a}^{x_0+a} \frac{dx}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$$

$$= a \left[ \left\{ \left( x_0 + \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^2 + y^2 + z^2 \right\}^{-3/2} + \left\{ \left( x_0 - \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^2 + y^2 + z^2 \right\}^{-3/2} \right]$$
(22)

となる。同様にして y に関する積分について,

$$\int_{y_0-b}^{y_0+b} \frac{dy}{(x_B^2+y^2+z^2)^{3/2}} = b \left[ \left\{ x_B^2 + \left( y_0 + \frac{b}{\sqrt{3}} \right)^2 + z^2 \right\}^{-3/2} + \left\{ x_B^2 + \left( y_0 - \frac{b}{\sqrt{3}} \right)^2 + z^2 \right\}^{-3/2} \right] \\ (x_B = x_0 \pm a / \sqrt{3})$$
(23)

が得られる。(22)および(23)を用いると角柱による重 力異常は、次式で近似される。

$$g_{F} = G\rho ab \int_{z_{1}}^{z_{2}} dz \left[ \left\{ \left( x_{0} + \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^{2} + \left( y_{0} + \frac{b}{\sqrt{3}} \right)^{2} + z^{2} \right\}^{-3/2} + \left\{ \left( x_{0} + \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^{2} + \left( y_{0} - \frac{b}{\sqrt{3}} \right)^{2} + z^{2} \right\}^{-3/2} + \left\{ \left( x_{0} - \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^{2} + \left( y_{0} + \frac{b}{\sqrt{3}} \right)^{2} + z^{2} \right\}^{-3/2}$$



Fig. 6 Horizontal arrangement of four lines of mass as a representative of the rectangular prism. Top and bottom boundaries are same as the prism. Using the approximation introduced in Fig. 5, the gravitational effect of the prism can be reduced to the 4 line masses model which is formulated by Eq. (24).

$$+ \left\{ \left( x_{0} - \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^{2} + \left( y_{0} - \frac{b}{\sqrt{3}} \right)^{2} + z^{2} \right\}^{-3/2} \right]$$

$$= \frac{-G\rho S}{4} \left[ \left\{ \left( x_{0} + \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^{2} + \left( y_{0} + \frac{b}{\sqrt{3}} \right)^{2} + z^{2} \right\}^{-1/2}$$

$$+ \left\{ \left( x_{0} + \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^{2} + \left( y_{0} - \frac{b}{\sqrt{3}} \right)^{2} + z^{2} \right\}^{-1/2}$$

$$+ \left\{ \left( x_{0} - \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^{2} + \left( y_{0} + \frac{b}{\sqrt{3}} \right)^{2} + z^{2} \right\}^{-1/2}$$

$$+ \left\{ \left( x_{0} - \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^{2} + \left( y_{0} - \frac{b}{\sqrt{3}} \right)^{2} + z^{2} \right\}^{-1/2}$$

$$+ \left\{ \left( x_{0} - \frac{a}{\sqrt{3}} \right)^{2} + \left( y_{0} - \frac{b}{\sqrt{3}} \right)^{2}$$

$$+ z^{2} \right\}^{-1/2} \right] \Big|_{z=z_{1}}^{z=z_{2}}$$

$$(24)$$

すなわち、角柱モデルの重力異常は、その水平断面矩 形の中心点から4隅に向かってそれぞれ4隅までの距離 の1/√3 だけ進んだ位置(Fig.6参照)におかれた4 本の線質量(高さの上下限はもとの角柱に同じ)で近似 できる。

# 5. 4線質量近似の近似誤差

4線質量近似による近似計算式(24)について、前と同様に厳密解(1)と比較した誤差比率  $[(g_F-g)/g]$ を求めると、Fig. 7 が得られる。ここで、Fig. 7 の縦軸のスケールが Fig. 4a, Fig. 4b と比較して10分の1 (距離の大きい側では100分の1) となっていることに注目されたい。

Fig. 3, Fig. 4 と比較してわかるように、本論で提案す



Fig. 7 Same as Fig. 3 for the 4 line masses model. Note that the vertical axis is 10 (or 100) times magnified from Fig. 4a, b. This shows that the accuracy of approximation is dramatically improved from conventional methods.

る4線質量近似では、近似誤差がきわめて小さく、かつ 距離の増加とともに急速に誤差が小さくなる特長を有し ている。また、KS-110ファイル使用を想定すると、概 ね1.0 $\leq \beta \leq 1.3$ であるので、この近似では、 $r_c/\sqrt{4ab}$ の 値で3.5以上すなわちメッシュサイズの3.5倍以上の距離 において0.1%未満の近似誤差におさまる。

# 6. 議論

つぎに、各近似式および厳密式を用いた場合の重力値 算出に要する計算時間を評価する。ここで四則演算は各 種関数(平方根 sqrt,自然対数 ln,逆正接 tan<sup>-1</sup>)と比 べて計算時間は十分短いと考える。なお、自然対数 ln や逆正接 tan<sup>-1</sup>の演算は、平方根 sqrt に比して演算時 間が相当長くかかるように思われがちであるが、実際に はあまり差がない。参考までに、超大型電子計算機 FACOM M-780 (FORTRAN 言語使用)とパーソナル コンピュータ NEC PC-9801 (BASIC コンパイラ使用) の場合の 1 回当りの計算時間(テスト結果の例)を次表 に示す。

	FACOM M-780	NEC PC-9801
平方根 sqrt	0.66 マイクロ秒	3.3 ミリ秒
自然対数 ln	0.90 "	1.9 ″
逆正接 tan <sup>-1</sup>	0.84 "	2.5 "
乗算 ×	0.11 "	0.6 //

乗除算の演算時間は,関数演算の時間に比べて無視でき るほどは小さくないが,その乗除算の演算回数はプログ ラムに大きく依存するので,ここでは関数演算回数のみ で評価する。

厳密式(1)および各近似計算式(2),(3),(24)を単純に プログラミングすると、関数計算の回数は、厳密式(1) で32回(sqrt 8 回, ln 16回, tan<sup>-1</sup> 8 回), 単一線量近似 (2)で 2 回, 扇形柱近似(3)で 6 回 ( $\sqrt{S}$  とたの計算を 含む),4線質量近似(24)で 8 回となる。この比較で見 る限りでは、近似計算式によるメリットは明かである が、厳密な式(1)の計算では計算時間の短縮を図ること が可能である。すなわち、(1)式の $x \ln(y+R)$ および  $y \ln(x+R)$ の計算においては、それぞれxおよびyの値 が共通な4回の計算が含まれるため、

 $\begin{aligned} x_1 \ln (y_1 + R_{11}) &- x_1 \ln (y_2 + R_{12}) - x_1 \ln (y_1 + R_{21}) \\ &+ x_1 \ln (y_2 + R_{22}) = x_1 \ln \frac{(y_1 + R_{11})(y_2 + R_{22})}{(y_1 + R_{21})(y_2 + R_{12})} \end{aligned}$ 

などの形におきなおして,自然対数 ln の演算回数を4 分の1 すなわち4回に減らすことが可能である。また tan<sup>-1</sup>の項も,

 $\tan^{-1}u - \tan^{-1}v = \tan^{-1}\frac{u-v}{1+uv}$ 

を繰り返し用いることにより,演算回数をやはり4分の 1の2回に減らすことができる。その結果,厳密式(1) の計算における関数計算の回数は,最低14回となる。こ のとき,厳密式(1)の計算時間は4線質量近似(24)によ る場合の1.75倍程度となる。

また, もう1つ注目したいのは, 厳密式(1)の計算に おいては, 自然対数 ln や逆正数 tan<sup>-1</sup>の関数の引数が 0 や不定となる場合 (y+R=0やx=0など) がある点 である。このため厳密式(1)のプログラミングにおいて は, それらの場合に特別な計算式を与えるか, または 0 の値を微小な 0 でない値におき直す必要が生ずる。近似 計算式(2), (3) および(24) ではその心配が要らない点で もメリットがあろう。

一方, KS-110ファイルのように緯経度座標で与えら れた高度データを用いた地形補正計算を考える場合, 厳 密には矩形座標が適用できないことを念頭におく必要が ある。個々の角柱は, メッシュが十分細かいので直四角 柱と考えて差し支えないと思われるが, その角柱から重 力測点までの距離は, 地球楕円体を意識した考慮を必要 とする。このとき, 厳密式(1)の計算のためには, 角柱 から見た重力測点の方位をも知る必要が生ずる。これら の距離・方位の楕円体面上での考察は, 測地学上の基本 問題の1つとなっている(坪川・萩原, 1980)が, 重力 計算においてはそこまでの精度は要求されず,必要な精 度に見合った近似を用いるのが妥当である。

距離の計算は、厳密式(1)と各近似計算式(2),(3)お よび(24)に共通して必要となる。したがって筆者らは、 緯経度座標で与えられた2点間の距離を求めるための高 精度の近似計算式(付録参照)を導き、これを使用する こととしている。4線質量近似では、この距離近似計算 式を4点に適用することによって(24)式の計算が行え るのに対し、厳密式(1)の計算にはさらに方位を求める ための複雑な理論展開が必要となり、完全に厳密な解を 得ようとすることは実用的でない。現実には、方位の多 少の誤差は重力値に及ぼす影響がきわめて小さいので、 かなりラフな近似を持ち込むこととなる。いずれにして も、厳密式(1)を用いるためには計算手順が複雑になら ざるを得ないが、4線質量近似ではブログラミング上は 単一線質量近似の場合の徴修正ですみ、計算時間もその 約4倍で誤差の非常に小さい計算が行える。

つまり,4線質量近似は,KS-110ファイルのように 緯経度座標で与えられた地形メッシュ標高データを用い て地形補正を行なおうとする場合に,特に有用であると 言えよう。

#### 付録.回転楕円体面上の2点間距離の近似計算

赤道半径  $R_E$ ,極半径  $R_P$ なる地球楕円体(Fig. A) を考え、その表面上の地理緯度  $\phi_0$ の点Pに対し緯度  $\phi$ ,経度 $\lambda$ だけ離れた点Qまでの距離をLとすると、



Fig. A Ellipsoidal earth. The distance L between points P and Q is given by Eq. (A1), which can be approximated by Eq. (A5). The approximation error of Eq. (5) is less than 60 ppm within the distance of 60 km.

$L = R_E [(\cos u_1 - \cos u_0) 2 + (1 - e^2) (\sin u_1 - \sin u_0)^2]$		
$+2\cos u_1 \cos u_0 (1-\cos \lambda)$ ] <sup>1/2</sup>	(A1)	
$\cos u_1 = \cos \left(\phi_0 + \phi\right) / \sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi_0 + \phi)}$	( <b>A2</b> )	
$\cos u_0 = \cos \phi_0 / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi_0}$	(A3)	
$e^2 = (R_E^2 - R_P^2) / R_E^2$	(A4)	

で与えられる。ここでは、 $\phi$ ,  $\lambda$ が比較的小さい範囲で の近似式を求めたいので、(A1)式の大かっこ内につい て $e^2$ ,  $\phi$ ,  $\lambda$ のべき級数に展開し、それらの4次以上の微 小項を無視すると、

$L \simeq N(\phi_0) \left[ \phi^2 + \lambda^2 \cos^2 \phi_0 - \phi \lambda^2 \sin \phi_0 \cos \phi_0 \right]$	
$-2e^2\phi^2\cos^2\phi_0]^{1/2}$	(A5)

 $N(\phi_0) = R_E / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi_0}$  (A6) が得られる。ここに、大かっこ内の第3項までが球面で

の距離近似式を示し,第4項が回転楕円体の場合の補正 項となっている。

この近似計算式(A5)による近似誤差(厳密解との差) は、緯度と方位に依存し、その最大のものは概ね距離と ともに増加するが、距離60kmに対しても誤差は3.5m 未満であり、比率にして60 ppm 未満である。

# 引用文献

- BANERJEE, B. and DAS GUPTA, S. P. (1977): Gravitational attraction of a rectangular parallelpiped. *Geophysics*, vol. 42, 1053–1055.
- 広島俊男・須田芳朗 (1980):重力地形補正用地形高度ファ イルの編集.物理探鉱, vol. 33, 201-218.
- KANE, M. F. (1962): A comprehensive system of terrain corrections using a digital computer. *Geophysics*, vol. 27, 455–462.
- 桂 郁雄・西田潤一・西村 進(1987): KS-110-1 標高デ ータを用いた重力の地形補正計算プログラム,物理探 査, vol. 40, 161-175.
- NAGY, D. (1966): The gravitational attraction of a right rectangular prism. *Geophysics*, vol. 31, 362-371.
- 坪川家恒・萩原幸男(1974):測地学の基礎.測地学の概観
   第Ⅰ部 第1章,1-37,日本測地学会.