

周辺ソースを考慮した磁化強度マッピング — ノルム最小化逆解析 —

中塚 正 (地質調査所)

Magnetization Intensity Mapping with Surrounding Sources

— Minimum Norm Inversion of Underdetermined Problem —

Tadashi Nakatsuka (Geological Survey of Japan)

Abstract: An improved method of magnetization intensity mapping is proposed to interpret magnetic anomalies in terms of subsurface structure, where the side effect of source bodies surrounding the observational area is taken into consideration. The problem, which usually becomes underdetermined, can be solved by the iterative method of conjugate gradient, and the asymptotic iteration gives the minimum Euclidean norm solution, to be suitable for subsurface modeling. This scheme was tested for synthetic models to evaluate the ability, and applied to actual aeromagnetic data.

1. はじめに

磁気異常解析の1つの有力な方法として、見掛磁化率マッピングあるいは磁化強度マッピングと呼ばれるものがある。その方法は、地下構造に予断的な前提を設けずに磁気異常を磁化強度のラテラルな分布として解析しようとするものである。Silva and Hohmann (1984) は 極磁力変換された磁気異常を説明するために、凹凸のない面に沿って分布する見掛磁化率を逆行行列計算によって求める方法を展開した。彼らの場合は、パラメータ数が高々数百であり、コレスキー分解の方法で逆行行列が効率よく計算されるが、妥当な見掛磁化率分布が得られるためには、観測域の外側からの影響が問題になることがわかる。

Misener et al. (1984) は、予め推定されている基盤深度と下方接続を行った極磁力異常から、一種の緩和法を用いて基盤の磁化強度分布を求め、Okuma et al. (1994) は、最急降下法を用いて、伊豆大島周辺(火山地域)の地形に沿った磁化強度の分布を、観測全磁力異常を直接説明するように求めた。しかし、両者とも観測範囲外のソースの影響を考慮していない。Okuma et al. (1994) の議

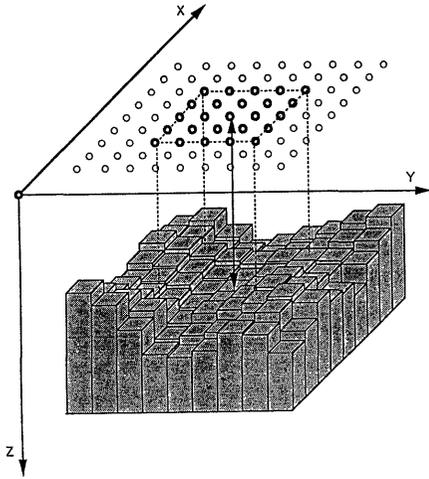
論は調査域の中央部が主体であり、Misener et al. (1984) による下方接続の処理は周辺ソースの影響を軽減するであろうが、下方接続の計算には安定性に問題のあることも知られている。

そこで、ここでは周辺ソースの影響を考慮にいられた磁化強度マッピングの方法を示す。

2. 方法

第1図に解析モデルを示す。図では、単純化のために観測点が平面上のグリッド点になっているが、理論的には任意の分布であってよい。また、仮想するソースは、均一な角柱で示されているが、理論的には形・大きさが雑多であってもかまわない。但し、実用性を考えると、均一な平面形状で底面深度一定もしくは厚さ一定のモデルが現実的であろう。

i 番目のソース(その磁化強度を J_i とする)が x 番目の観測点に及ぼす全磁力異常は、 $w_{xi} \cdot J_i$ の形に書け、 w_{xi} はソースからみた観測点の相対位置によって決まる Geometric Factor である。 w_{xi} は磁化の方向・外部磁場方向にも依存するが、この解析ではそれらは事前に固定する。



第1図 解析モデルのイメージ

x 番目の観測点での全磁気異常 $F_x (x=1, 2, \dots, n)$ が, m 個のソース $J_i (i=1, 2, \dots, m)$ でつくられていると考えると, $J_i (i=1, \dots, m)$ は連立方程式

$$\sum_{i=1}^m w_{xi} \cdot J_i = F_x \quad (x=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

の解として与えられる. $m < n$ であれば, 一般に最小自乗法が適用され, $m = n$ の場合は, Silva and Hohmann (1984) その他が議論したものである.

ここで取扱う問題は, 第1図からもわかるように一般に $m < n$ である. このとき解は $(m-n)$ 次の自由度をもち, 無数の解が存在する. このような不定問題は, 例えば Jackson (1972) や 斉藤 (1983) によって, 行列の特異値分解の問題として議論されている.

ここで, w_{xi} を行列 A で, J_i, F_x をベクトル \mathbf{x}, \mathbf{b} で表すと, (1)式は,

$$A \mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (2)$$

と書ける. 行列 A は特異値分解により, その階数を p とし, $A A^T$ の固有ベクトル $\mathbf{u}_i (i=1, \dots, n)$, $A^T A$ の固有ベクトル $\mathbf{v}_i (i=1, \dots, m)$ を用いて

$$A = U_p \Lambda_p V_p^T \quad (3)$$

と表される. ここに, U_p, V_p は各列が0でない固有値に対応する固有ベクトル $\mathbf{u}_i (i=1, \dots, p)$, $\mathbf{v}_i (i=1, \dots, p)$ からなる (n, p) 行列, (m, p) 行列であり, Λ_p は $A A^T$ と $A^T A$ に共通の0でない固

有値の平方根が並んだ (p, p) 対角行列である.

(2)式の一般解は,

$$\mathbf{x} = A^+ \mathbf{b} + \sum_{i=p+1}^m c_i \mathbf{v}_i \quad (4)$$

$$A^+ = V_p \Lambda_p^{-1} U_p^T \quad (5)$$

と表される. c_i は解の自由度を示す任意のスカラ値であり, A^+ はランチョスの逆行列(または一般化逆行列)と呼ばれる. (4)式で表される一般解のうちすべての c_i を0とおいた

$$\mathbf{x} = A^+ \mathbf{b} \quad (6)$$

は, 無数の解の中で, 解のノルムが最小となる解であることは, 固有ベクトル \mathbf{v}_i の直交性から明かである. この解は, Jackson(1984)も述べているように, \mathbf{x} が合理的な事前モデルに対するゆらぎと考えてよい場合には特に有用であろう.

現実には, 行列が巨大な場合に一般化逆行列を求めることは難しいので, 傾度法(最急降下法, 共役勾配法(CG法))について考える.

第 k 段目の \mathbf{x} の近似解 $\mathbf{x}^{(k)}$ に対する残差自乗和の最急降下方向 $\mathbf{d}^{(k)}$ は,

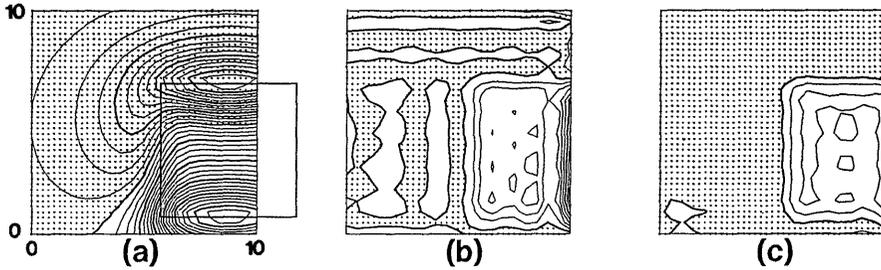
$$\mathbf{d}^{(k)} = A^T (\mathbf{b} - A \mathbf{x}^{(k)}) \quad (7)$$

となり, 傾度法では一般に,

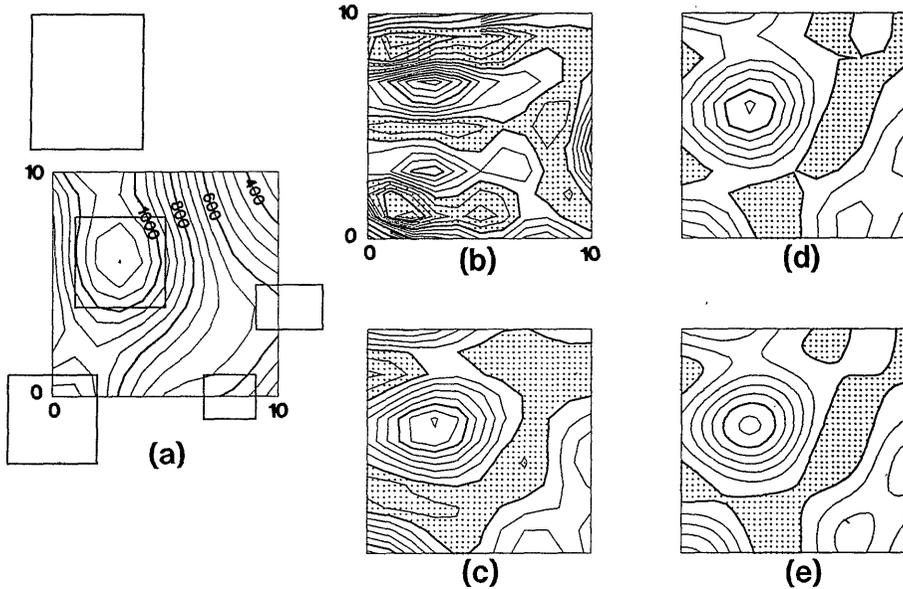
$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \sum_{i=0}^k \alpha_{ik} \mathbf{d}^{(i)} \quad (8)$$

の形で次段の近似解が求められる. ここで(4)式を(8)式に代入して考察すると, $\mathbf{d}^{(k)}$ は $\mathbf{v}_i (i=1, \dots, p)$ の一次結合で表され, $\mathbf{v}_i (i=p+1, \dots, m)$ の項を含まないことがわかる. 従って, $(\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(0)})$ も $\mathbf{v}_i (i=p+1, \dots, m)$ の項を含まず, 傾度法は“初期値に最も近い”解に収束することがわかる. すなわち, 初期値としてベクトル $\mathbf{0}$ を用いると, ノルム最小の解が得られる.

傾度法では, 解の収束は保証されているが, 必要な繰り返し回数は明かでない. しかし, CG法では理論的には p 回までに収束することが保証されている. さらに, CG法では大局的な収束がよく, p 回よりもはるかに少ない繰り返し回数でも, よい近似解の得られることが知られている(例え



第2図 上面深度1, 下面深度3の単一ブロックによる磁気異常(a)を, 周辺ソースなし(b) および 周辺ソースあり(c) として解析した結果.



第3図 上面深度4の5個の角柱による極磁力異常(a)を第1表のパラメータで解析した結果(b-e).

ば, 戸川, 1971) .

以上の記載では, $m > n$ の問題を念頭においているが, CG法は $m \leq n$ の問題にも勿論通用する.

3. モデル例

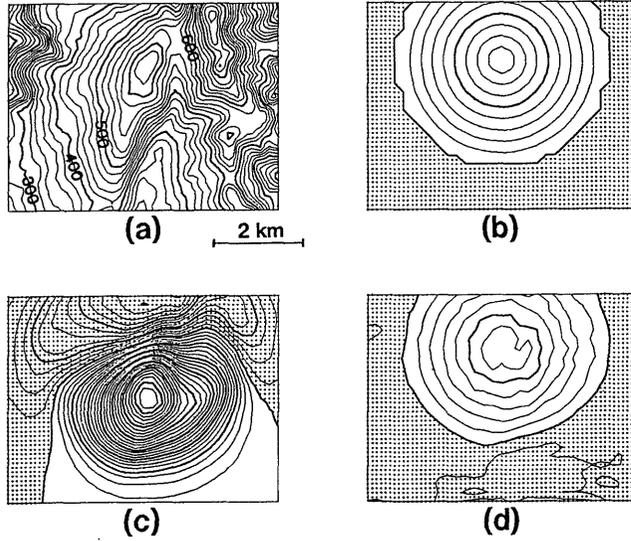
第2図は, 観測範囲から少しはみだした単一ブロックの磁気異常(伏角 45° , 偏角 0°)を解析した例で, 周辺に配置した仮想ソースの効果が明らかである. 但し, 周辺ソース部分は結果の信頼性が低いので図化してない. 第3図は, Silva and Hohmann(1984)が提示しているものと同じ極磁力のモデルで, 周辺ソースを考慮しないと妥当な結果が導かれなことも, 不必要に小さい多くのソースを仮定しても, 悪い影響のないことが示

第1表. 第2図における解析のパラメータ.

	結果	ソース範囲	水平サイズ	ソース個数
1	(b)	10×10	1×1	11×11
2	(c)	14×14	1×1	15×15
3	(d)	30×30	1×1	31×31
4	(e)	30×30	0.25×0.25	121×121

されている. この例ではソースが深いため, ソースの輪郭を正確に捉えられないのは, 他の解析法と同様である.

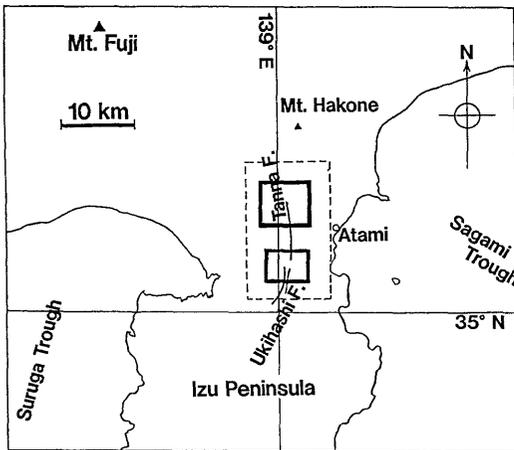
第4図では, (a)に示す凹凸の地形が(b)の同心円の磁化強度分布(伏角 48° , 偏角 $6^\circ W$)を示すモデルで, 磁気異常(c)を解析して, (d)のように良好な磁化強度分布の復元が示されている.



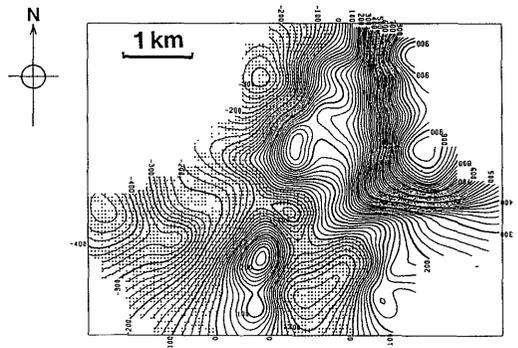
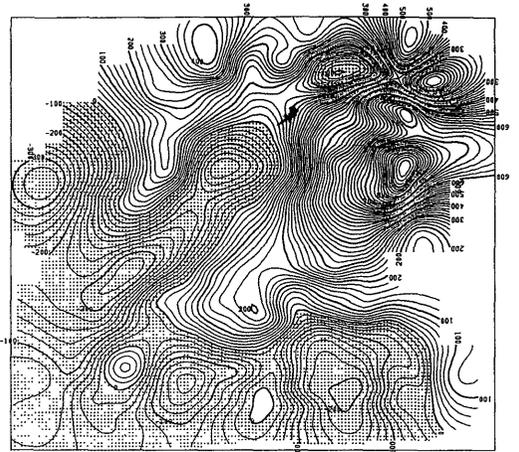
第4図 (a)の地形が(b)のように同心円状の磁化強度をもつモデルの磁気異常(c)の解析結果(d).

4. 実データへの適用例

第6図は、牧野ほか(1993)が丹那断層地域(第5図)におけるヘリボーン磁気探査から導いた滑らかな曲面上での磁気異常分布である。まず、この磁気異常に対して、地形の平均的な磁化強度をGrauch(1987)の方法で見積り、北側の地域で4.1(A/m)、南側の地域で5.5(A/m)の値を得た。その効果を除去した残差は、まだ大振幅の磁気異常を含んでおり、地形の磁化の不均一性を考慮する必要が示された。その残差を地形の平均的な磁化からのずれとして、前述の手法で解析を行った。



第5図 丹那地域ヘリボーン磁気探査位置



第6図 丹那地域のヘリボーン磁気探査から導かれた滑らかな曲面上での磁気異常分布(牧野ほか, 1993)

使用した解析モデルは、水平サイズが100m×100m、厚さが一定(300m)の仮想ソースを観測範囲の1.5km外側までおいた。

解析結果を第7図に、星野ほか(1978)による活断層分布とともに示す。この図から、

- ①活断層は、磁化強度の低下している領域(影をつけた部分)またはその境界に対応すること、
- ②丹那断層では、その北東側と南西側で磁化強度の低下域があり、左横ずれ断層に伴う高い圧縮応力場を反映していると考えられること、
- ③浮橋断層では、断層破砕帯が中央部に集中する傾向にあること

などが読み取れる。なお、北側地域の北西部の低磁化強度域は、「箱根」火山噴出物の分布域に概ね対応し、「多賀」・「湯河原」よりも弱いらしい。

これらの結果は、小川ほか(1994)による比抵抗構造や大久保(1990)による重力構造の解析結果と整合的である。

References

Grauch, V.J.S.(1987) A new variable-magnetization terrain correction method for aeromagnetic data. *Geophysics*, vol.52, 94-107.

星野一男・橋本知昌・松田時彦(1978)伊豆半島活断層図。構造図, no.4, 地質調査所。

Jackson, D.D.(1972) Interpretation of inaccurate, insufficient and inconsistent data.

Geophys. J. Roy. Astron. Soc., vol. 28, 97-109.

牧野雅彦・中塚 正・森尻理恵・大久保泰邦・大熊茂雄・本蔵義守(1993)相異なる高さにおいて観測された磁力値から磁気異常の三次元分布を求めること。物理探査学会第88回学術講演会論文集, 502-507.

Misener, D.J., F.S. Grant and P. Walker (1984) Variable depth, space-domain magnetic susceptibility mapping. *Expanded Abstracts*, 54th Ann. Internat. SEG Mtg., 237-239.

Ogawa, Y., M. Uyeshima, Y. Honkura, H. Utada and S. Koyama (1994) Audio-frequency magnetotelluric imaging of an active strike-slip fault, *J. Geomag. Geoelectr.*, vol.46, 218-228.

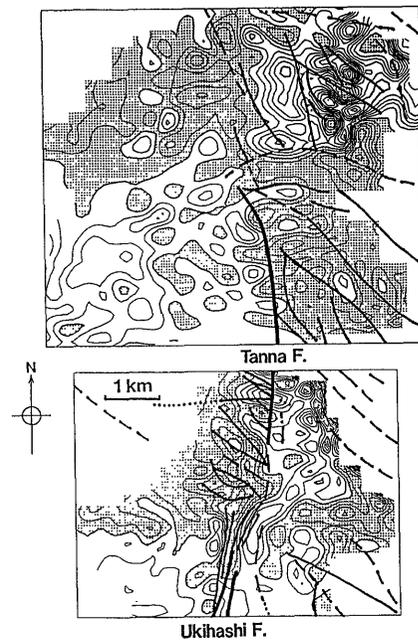
大久保修平(1990)断層活動の“化石”としての重力異常(1) - 丹那断層系についてのモデル計算。地球惑星科学関連学会1990年合同大会, シンポジウム・共通セッション講演予稿集, 268.

Okuma, S., M. Makino, T. Nakatsuka (1994) Magnetization intensity mapping on and around Izu-Oshima volcano, Japan. *J. Geomag. Geoelectr.*, vol.46, 541-556.

斎藤正徳(1983)特異値分解と最小二乗法。物理探査, 第36巻, 146-158.

Silva, J.B.C. and G.W. Hohmann (1984) Airborne magnetic susceptibility mapping. *Explor. Geophys.*, vol.15, 1-13.

戸川隼人(1971)マトリクスの数値計算。オーム社, 323p.



第7図 平均磁化からのずれの分布(1(A/m)コター)と星野ほか(1978)による活断層分布